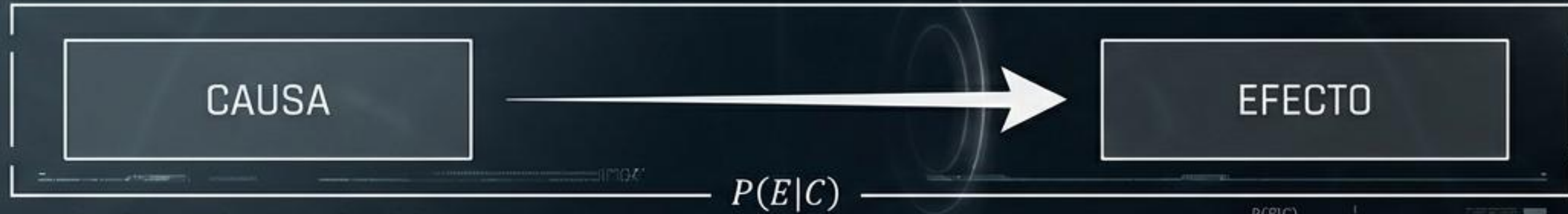


Hackear el Pasado y Predecir el Futuro

Una introducción a la Inferencia Bayesiana y la Probabilidad Total

Probabilidad Directa



Calcular qué pasará (El futuro)

Inferencia Bayesiana



Viajar en el tiempo matemático para descubrir qué pasó (El pasado)

Hoy vamos a dar vuelta el universo matemático.

EL ENIGMA DEL TELESCOPIO



Observamos un pulso de radiación electromagnética de alta energía. Ese es nuestro EFECTO. Pero, ¿cuál fue la causa original?

DATA	1	209925
BULK	1	1010800
EFFECT	1	70595
PROMIN	1	5007
PAOS	1	50



θ1: Estrella de neutrones rotando velozmente



θ2: Agujero negro supermasivo devorando materia



θ3: Error instrumental del sensor criogénico

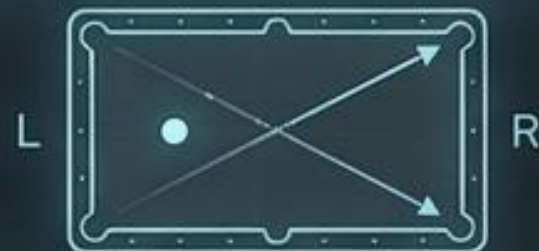
¿Cómo calculamos la probabilidad exacta de que la causa sea θ_1 si solo conocemos el efecto?
Necesitamos una **nueva herramienta**.

El Teorema Escondido (Inglaterra, Siglo XVIII)



El Objetivo

Thomas Bayes quería usar la matemática para entender cómo los humanos aprendemos de la experiencia y actualizamos nuestras creencias.



El Experimento

El billar de Bayes. Un experimento mental lanzando bolas a ciegas y actualizando su posición basándose en pistas de izquierda/derecha.



El Misterio

Modesto y perfeccionista, Bayes murió en 1761 sin publicar su revolución. Su manuscrito quedó olvidado en un cajón.

El Rescate de Richard Price

El filósofo Richard Price reconoció la genialidad absoluta del ensayo, lo editó durante dos años y lo presentó al mundo.

El teorema de probabilidad más importante de la historia fue salvado de la basura gracias a la curiosidad de un amigo.

Bibliografía recomendada: The Theory That Would Not Die por Sharon Bertsch McGrayne.



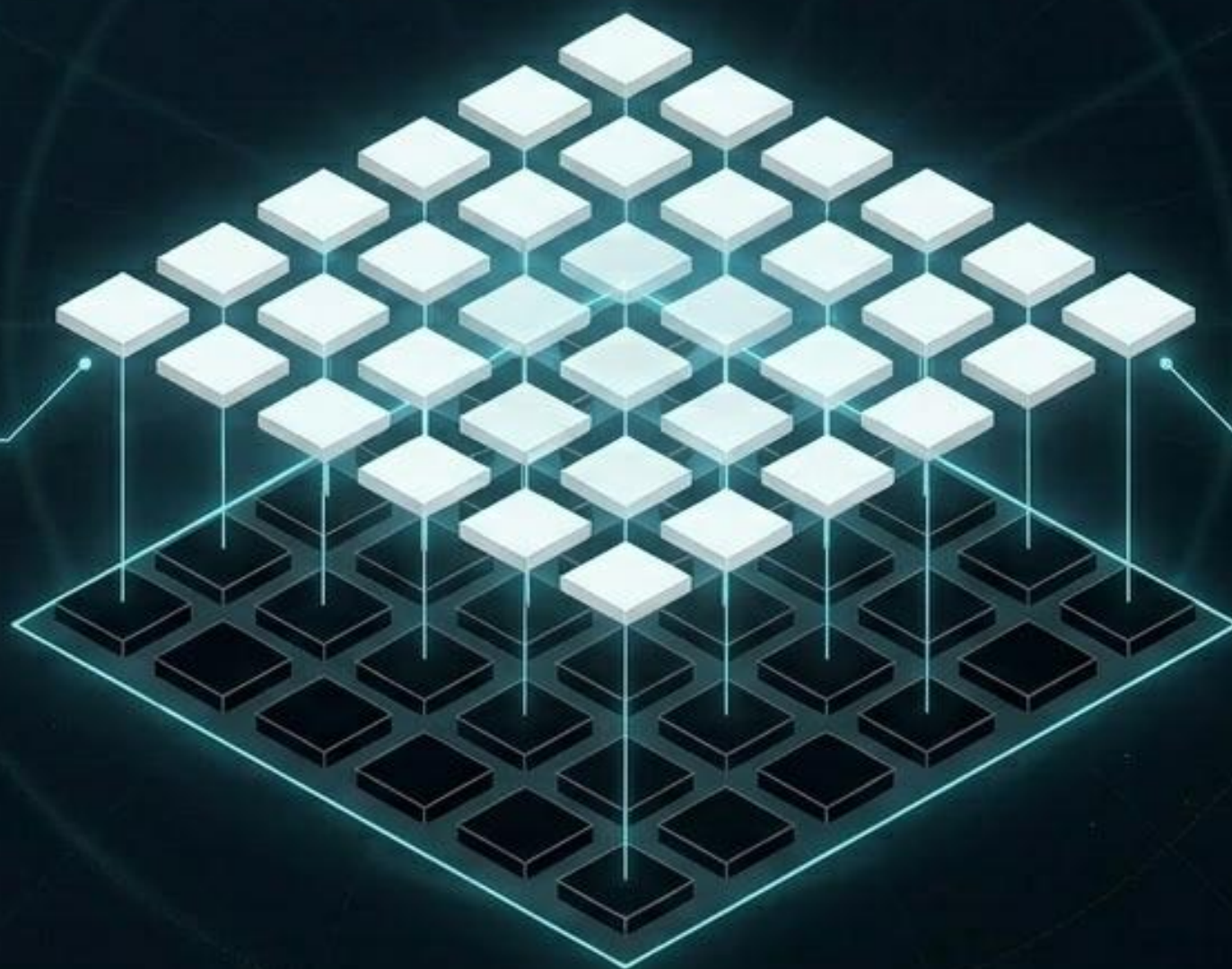
Los Cimientos: Partición del Universo (Ω)

Para usar nuestra máquina del tiempo matemática, primero debemos dividir el universo de posibilidades en escenarios que cumplan dos axiomas lógicos:

Mutuamente Excluyentes

No pueden ocurrir al mismo tiempo (No hay casillas grises).

$$A_i \cap A_j = \emptyset$$



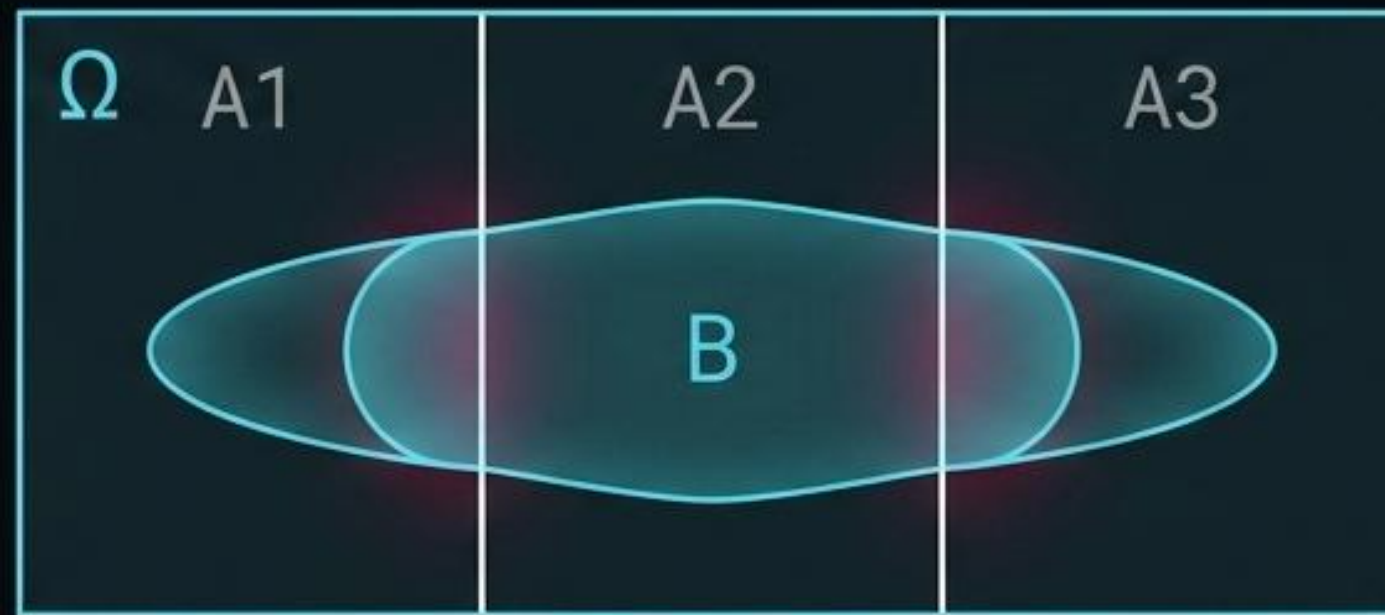
Exhaustivos

Juntos cubren todo el espacio muestral (Blancas + Negras = Tablero Completo).

$$\cup A_i = \Omega$$

El Teorema de la Probabilidad Total (TPT)

La probabilidad de un evento B es la suma de los pedazos de B que viven dentro de cada escenario posible de nuestra partición.



$$P(B) = \sum P(B \mid A_i)P(A_i)$$

En un sistema binario: $P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)$

La Joya de la Corona: El Teorema de Bayes

$$P(A_k | B) = \frac{P(B | A_k)P(A_k)}{[\sum P(B | A_i)P(A_i)]}$$

Sustituido por el TPT

La herramienta definitiva para deducir la probabilidad de una causa específica (A_k), asumiendo que el efecto (B) ya ocurrió.

Mapa de la Ecuación Bayesiana

Probabilidad a Posteriori (Posterior)

$P(A_k | B)$: Tu creencia matemáticamente ACTUALIZADA.

Probabilidad a Priori (Prior)

$P(A_k)$: Tu grado de creencia inicial sobre la causa antes de observar la nueva evidencia.

$$P(A_k | B) = \frac{P(B | A_k)P(A_k)}{P(B)}$$

Verosimilitud (Likelihood)

$P(B | A_k)$: Qué tan compatible es el dato observado con esta hipótesis específica.

Evidencia (Evidence)

$P(B)$: La constante normalizadora. La probabilidad total de observar este dato en todo el universo.

A Posteriori $\propto$ Verosimilitud $\times$ A Priori

Bayes en el Siglo XXI



Submarinos (Búsqueda)

USS Scorpion perdido a 3,000m.
Prior (rutas conocidas)
+
Evidencia negativa (áreas vacías)
=
Hallazgo histórico en el océano.



Medicina Forense (ADN)

Prior (otras pruebas de culpa)
+
Likelihood (tasa de falsos positivos)
=
Probabilidad real de culpabilidad. Salva a inocentes.



Big Tech (Algoritmos)

Prior (% histórico de spam)
+
Likelihood (frecuencia de la palabra gratis)
=
Clasificación automática de correo basura.

El Reto Final: Ajedrez Intergaláctico

Estás en una estación orbital. Juegas una partida de ajedrez a oscuras contra un robot desconocido.

El Evento Observado (B):
Terminó la partida y...
¡GANASTE!

Necesitamos descubrir quién estaba sentado al otro lado del tablero usando la **Inferencia Bayesiana**.



Matriz de Inteligencia de los Robots

Robot A1 (Modelo Tierra)



Perfil: Juega agresivo y comete errores.

Probabilidad a Priori
 $P(A1)$:

60% (0.6)

Verosimilitud de Ganarle
 $P(\text{Ganar}|A1)$:

70% (0.7)

Robot A2 (Modelo Alfa Centauri)



Perfil: Máquina de defensa perfecta.

Probabilidad a Priori
 $P(A2)$:

40% (0.4)

Verosimilitud de Ganarle
 $P(\text{Ganar}|A2)$:

30% (0.3)

El universo está particionado. Tenemos los Priors y las Verosimilitudes. Es hora de calcular.

Paso 1: Desenmascarando el Denominador

Calculando la Probabilidad Total de Ganar $P(G)$



$$P(G) = P(G|A1)P(A1) + P(G|A2)P(A2)$$

$$P(G) = (0.7 \times 0.6) + (0.3 \times 0.4)$$

$$P(G) = 0.42 + 0.12$$

$$P(G) = 0.54 \text{ (54\%)}$$

Antes de saber contra quién jugabas, tenías exactamente un 54% de probabilidad total de ganar esa partida. Este es nuestro universo de evidencia.

Paso 2: La Inferencia Bayesiana

¿Cuál es la probabilidad a posteriori de que haya sido Alfa Centauri, dado que ganamos?

$$P(A2|G) = [P(G|A2)P(A2)] / P(G)$$

$$P(A2|G) = 0.12 / 0.54$$

$$P(A2|G) = 12 / 54 = 2 / 9$$

$$\approx 22.2\%$$

Magia matemática. A priori, había un 40% de probabilidad de jugar contra Centauri. Pero el efecto observado (ganarle) actualizó nuestra creencia, colapsando la probabilidad a 22.2%. ¡Hemos descorrido el velo!

Cinematic Astro-Mathematics Data Terminal

El universo no es solo lo que vemos...

...es cómo actualizamos
lo que creemos a través
de la evidencia.

Hoy aprendimos a hacer
inferencia científica real.



PRÓXIMA MISIÓN:

La Paradoja de Monty Hall.

Tres puertas. Dos cabras. Un auto.
¿Te atreves a abrirlas?