



EL SECRETO DEL EQUILIBRIO

Esperanza, Varianza y la Física del Azar.

Clase Magistral - Capítulo 12



En la física clásica, existe un Centro de Gravedad. Un punto mágico e invisible de equilibrio absoluto.



Pero, ¿puede el futuro incierto tener también un “centro de gravedad”?

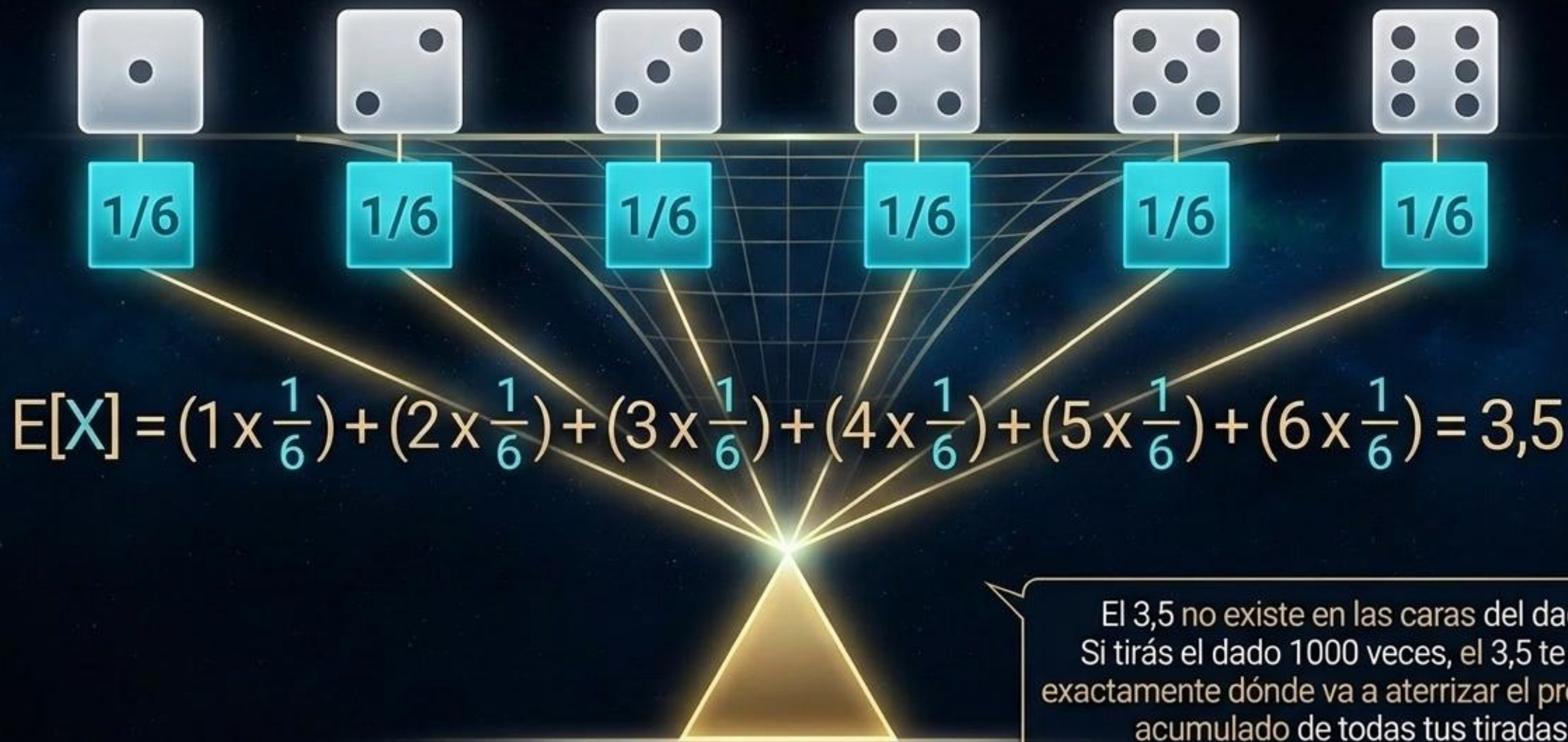
La respuesta es un rotundo Sí.



En la probabilidad, ese punto de equilibrio se llama Esperanza Matemática ($E[X]$).

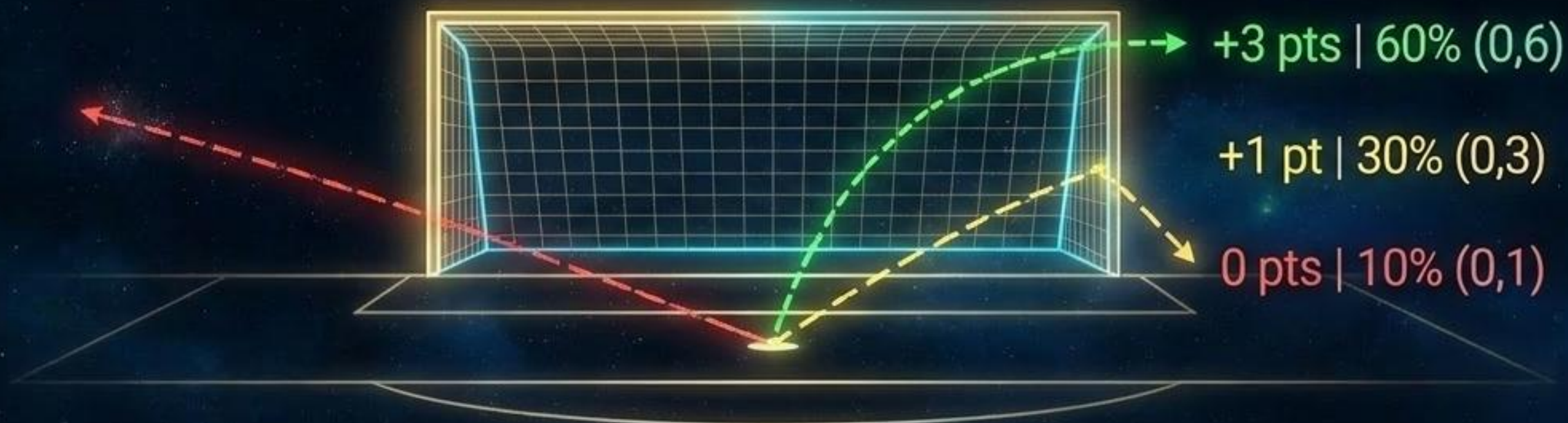
Es la posición exacta donde se balancean todas las posibilidades futuras antes de ocurrir. No es un promedio simple, sino un promedio ponderado por el peso matemático de su probabilidad.

El centro de masa de un dado



Del tablero a la cancha

Un delantero entrena tiros libres con este sistema de puntos.



$$E[X] = (3 \times 0,6) + (1 \times 0,3) + (0 \times 0,1) = 2,1 \text{ puntos por tiro.}$$

La predicción: Si el jugador patea 100 tiros libres en una tarde, podés predecir con asombrosa exactitud que acumulará cerca de **210 puntos**.

Holanda, Año 1650

La cuna del comercio marítimo mundial.

**Conocé a Christiaan Huygens
(1629-1695). Físico obsesivo,
astrónomo genial y el padre
fundador del azar matemático.**



MAPA CONCEPTUAL: CHRISTIAAN HUYGENS

Christiaan Huygens
(1629 - 1695, La Haya)

Física y Astronomía

- Descubrió los Anillos de Saturno
- Descubrió Titán
- Inventó el Reloj de Péndulo (1656) para guiar a los barcos

Matemática del Azar

- Intrigado por un chisme sobre Pascal y Fermat
- Publica el primer libro de probabilidad (1657): De Ratiociniis in Ludo Aleae
- Inventa el concepto de EXPECTATIO (Esperanza)

El error de Holanda y el nacimiento de una ciencia

El Problema



El Problema: El Estado vendía “Rentas Vitalicias” para costear guerras. Cobraban exactamente lo mismo a una viuda de 20 años que a una de 75. Un desastre financiero garantizado.

La Solución



La Solución: El líder Jan de Witt usó la Expectatio de Huygens junto a registros de mortalidad para calcular la esperanza de vida real.

El Impacto: Así nació la Ciencia Actuarial, la matemática que hoy evita que quiebren los bancos y los sistemas de jubilación.

El superpoder matemático: La Linealidad

$E[X+Y] = E[X] + E[Y]$ (Funciona SIEMPRE, sean eventos independientes o súper entrelazados).

El Reto: Tirás 10 dados a la vez.
¿Cuál es la suma total esperada?



El Reto: Tirás 10 dados a la vez.
¿Cuál es la suma total esperada?

60.466.176 combinaciones posibles
(Días de cálculo manual)

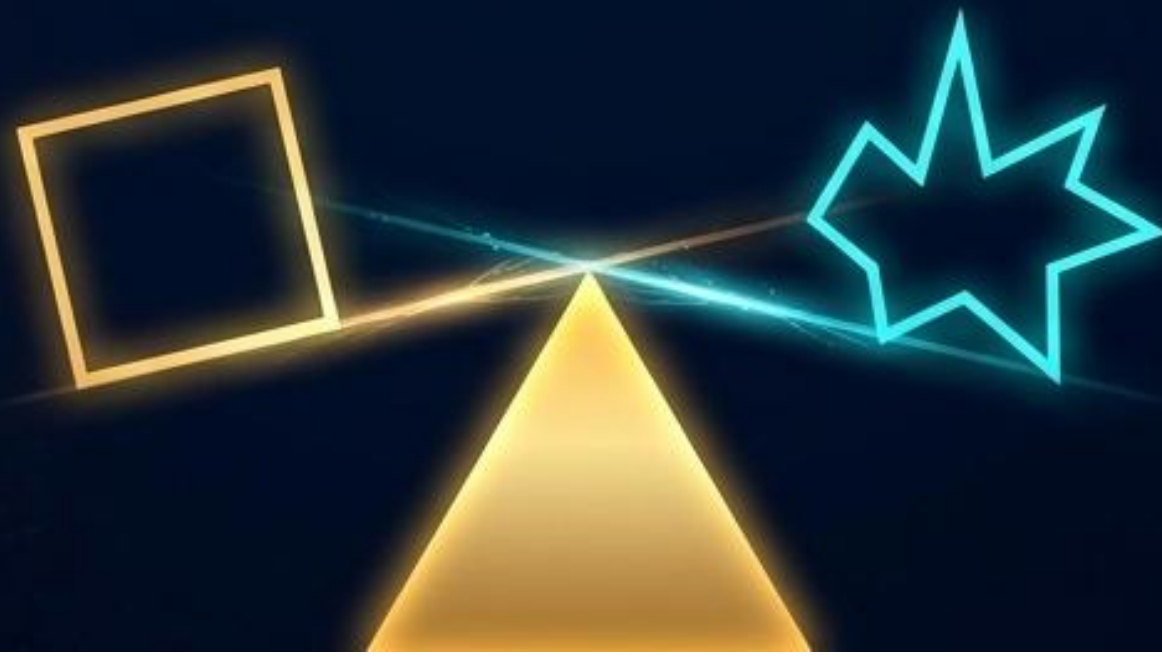
La Magia: No hace falta calcular 60 millones de ramas. Resolvés las partes y sumás al final:

$$E[\text{Suma}] = 3,5 \times 10 = 35$$

Solución en 5 segundos

Cuando el centro no es suficiente.

Ya encontramos el punto de balance exacto del azar.
Pero, ¿alcanza solo con la Esperanza para entender el futuro?
Te propongo apostar tus ahorros en uno de estos dos juegos...



Juego A: Ganás \$101 o \$99.
Esperanza: \$100. Casi sin riesgo.



Juego B: Ganás \$200 o \$0.
Esperanza: \$100. Riesgo extremo.



Mismo Centro de Gravedad.
Diferente nivel de sacudón.

Medir el “temblor”: Varianza y Desviación

Varianza ($\text{Var}(X)$)

El promedio matemático de qué tan “desparramados” están los resultados.

Fórmula operativa: $\text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2$

Juego A = 1 | Juego B = 10.000

Desviación Estándar (σ)

La raíz cuadrada de la Varianza ($\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$).

Nos devuelve el “temblor” a la moneda de la vida real.

Juego A: Te desviás típicamente \$1.

Juego B: Te desviás típicamente \$100.



El Yin y el Yang del Azar



1. La Esperanza ($E[X]$) te dice dónde vas a aterrizar a largo plazo. (El Destino)
2. La Desviación Estándar (σ) te dice qué tan brava va a estar la montaña rusa durante el viaje. (La Turbulencia)

Wall Street mide rentabilidad ($E[X]$) contra riesgo (σ).

NASA predice la verdadera posición de un astro ($E[X]$) midiendo la interferencia atmosférica (σ).

El Reto de la Corte de Huygens

Diseña un dado especial donde el Valor Esperado exacto sea $E[X] = 10$.

Ya pirtaste 5 caras con el número 4.
¿Qué número (k) va en la sexta cara?

$$E[X] = (4 \times 5/6) + (k \times 1/6) = 10$$

$$\text{Multiplicamos por 6: } 20 + k = 60$$

Resultado: $k = 40$





¡Misión Cumplida, Luka!

Hoy dominaste la física del azar. Descubriste el centro de masa del futuro y aprendiste a medir su turbulencia exacta. Tenés bien ganado tu título honorífico en la corte de Christiaan Huygens.

Próximo Capítulo: La Maravillosa Distribución Binomial.
(Cómo predecir rachas inevitables de éxitos y fracasos).