



DISPERSIÓN DE RUTHERFORD

R. O. Barrachina

1 Ernest Rutherford

Si vamos a hablar del desarrollo de la Física de Colisiones, debemos comenzar mencionando a un neozelandés, Ernest Rutherford (1871-1937) y al grupo que –a principios de siglo– trabajaba con él en el Departamento de Física de la Universidad de Manchester. En los años 20, cuando Ernest Rutherford se encontraba en la cima de su fama, un colega le dijo que cuanta suerte había tenido al estar siempre en la cresta de la ola. La respuesta de Rutherford fue: “*Nada de suerte, YO hice la ola*”. Como ven, Rutherford no se caracterizaba ni por medirse en sus opiniones ni por una excesiva modestia. Sin embargo, su afirmación de *haber hecho la ola* estaba perfectamente justificada, ya que desde Faraday, casi un siglo antes, no se daba el caso de un sólo hombre dominando de esa manera la física experimental de su época.

Ernest Rutherford nació el 30 de Agosto de 1871, en Brightwater, cerca de Nelson, Nueva Zelanda, cuarto de los doce hijos de una familia de agricultores de lino. En 1895 obtuvo el segundo puesto en un concurso por una beca

para ir a estudiar a Inglaterra. Sin embargo, el químico que había salido primero renunció a la misma por motivos personales y Rutherford obtuvo así su gran oportunidad. Ese mismo año la Universidad de Cambridge había creado una carrera de maestrías de investigación para estudiantes de otras universidades, y es así como Rutherford entró a trabajar bajo las órdenes de J. J. Thomson en el Laboratorio Cavendish. Desde 1898 hasta 1907 Rutherford fué profesor e investigador de Física en la Universidad McGill de Montreal, Canadá. Fue ahí donde realizó su primer gran trabajo científico. En 1895, casi simultáneamente con el descubrimiento de los rayos X realizado por Roentgen, Henri Becquerel había descubierto las emanaciones del uranio. Trabajando sobre este último tema, Rutherford encontró que estos “rayos Becquerel” estaba formada por dos componentes. Un electrómetro conectado a un condensador detectaba la velocidad de decaimiento de la carga debida a la ionización del aire producida por un compuesto de uranio en polvo depositado sobre una de las placas. Rutherford encontró que la ionización disminuía marcadamente al colocar una hoja de papel de aluminio,



y después muy lentamente al superponer capas adicionales. Interpretó este resultado como una indicación de que los rayos Becquerel consistían de dos componentes. Una de ellas sólo podía penetrar distancias cortas de aire ó aluminio, mientras que la otra lograba penetrar distancias más grandes. A principios de 1899, Rutherford sugirió que a la que penetraba menos profundamente en la materia se la denominase radiación alfa y a la más penetrante radiación beta. Al año siguiente Villard en Francia descubriría una tercera componente aún más penetrante y, siguiendo la nomenclatura de Rutherford, la llamaría radiación gamma. Becquerel encontró que de esta radiación, sólo la de tipo beta era desviada por campos eléctricos y magnéticos, y que tenía una relación carga/masa igual a la de los rayos catódicos de Thomson. De manera que esta radiación fue rápidamente identificada como compuesta de electrones. El que las radiaciones alfa y gamma no fueran desviadas por campos electromagnéticos hizo que se las considerará de naturaleza similar a los rayos X. Sin embargo, en 1903 Rutherford demostró que esta conclusión no era válida para los rayos alfa. Arriesgando el gran gasto de construir un poderoso electroimán, encontró que los rayos alfa eran desviados, obteniendo una relación carga/masa casi 3700 veces menor que la de la radiación beta y una velocidad de un décimo de la velocidad de la luz. Simultáneamente, junto con su colega F. Soddy propuso una hipótesis revolucionaria. En sus propias palabras,

“... era evidente que estaban tratando con fenómenos fuera de la esfera de las fuerzas atómicas conocidas. La radiactividad puede, por tanto, ser considerada como una manifestación de cambio químico subatómico¹.”

La relación carga/masa de las partículas alfa dejaba abiertas dos posibilidades: O bien se trataba de moléculas de Hidrógeno ionizadas, o de átomos de Helio doblemente ionizados. Llegado a la Universidad de Manchester en 1907, donde reemplazó a Arthur Schuster quien había decidido retirarse para hacerle una vacante, Rutherford comenzó a investigar este tema, demostrando sin lugar a duda que la radiación alfa estaba formada por átomos de helio doblemente ionizados. Por estos hallazgos Rutherford ganó el premio Nobel de química al año siguiente. En 1919 reemplazó a su primer

profesor J. J. Thomson como director del laboratorio Cavendish. En 1931 fue elevado a la nobleza con el título de Lord Rutherford de Nelson.

2 El experimento de Geiger y Marsden

Si hemos comenzado presentando a Ernest Rutherford, es debido a que bajo su inspiración se realizó en Manchester, a fines de la primera década de este siglo, el primer experimento moderno de colisiones atómicas. Este experimento lo llevaría al segundo gran descubrimiento de su carrera. Uno de sus estudiantes, Ernest Marsden, estaba midiendo la dispersión angular producida en un haz de núcleos de Helio por delgadas láminas metálicas... Pero mejor voy a dejar que sean los propios protagonistas quienes cuenten como se desarrolló esta historia. Según cuenta Marsden

“Un día Rutherford entró en el cuarto donde yo estaba contando partículas alfa al final de un tubo de vuelo. Habíamos estado teniendo problemas para obtener resultados constantes. [...] Pensábamos que esto se podía deber a reflexiones en las paredes del tubo [...]. De todas maneras, Rutherford había estado pensando sobre el particular y, volviéndose hacia mí, me dijo: “Vea si puede obtener algún efecto de partículas alfa reflejándose directamente desde una superficie metálica”. No creo que el esperara tal resultado, pero era una de sus típicas corazonadas. [...] Rutherford estaba siempre dispuesto a enfrentar lo inesperado y explotarlo si resultaba favorable, pero también sabía cuando detenerse en esas excursiones. Naturalmente, yo sabía esto lo suficientemente bien como para apreciar que, aún cuando uno esperase un resultado negativo, si perdía por ello cualquier resultado positivo sería un pecado imperdonable. Por eso, me aseguré de preparar una fuente alfa tan fuerte como fuese posible [... y] para mi sorpresa, pude observar el efecto que buscaba. [...]. Recuerdo muy bien que una semana después le conté de mis resultados a Rutherford cuando me lo encontré en la escalera que conducía a su oficina. Unas pocas semanas



después Rutherford me pidió que redondeara el experimento con Geiger en una forma adecuada para publicación².

Según diría Rutherford años más tarde³:

“Realmente era el evento más increíble que me había sucedido en mi vida. Era casi tan increíble como si ustedes dispararan una bala de cañón a un pedazo de papel delgado y ésta rebotara”.

Pero, ¿a qué se debía esta sorpresa de Rutherford ante el resultado obtenido por Marsden? En esa época se aceptaba el modelo atómico de Thomson, también llamado “Budín con pasas”, donde los electrones se encontraban como pasas dentro de un budín de carga positiva que ocupaba todo el volumen atómico. El mismo Thomson había realizado un análisis teórico de la dispersión angular que debería esperarse en el pasaje de partículas alfa y beta a través de láminas delgadas. Allí demostraba que si los átomos que formaban estas láminas tenían la estructura de “budín” las partículas alfa deberían salir con muy poca desviación.

3 Sección eficaz diferencial

Veamos ahora si podemos intuir cómo fue que Rutherford interpretó los resultados obtenidos por Marsden. Tenemos un problema de colisiones caracterizado por un flujo \mathbf{J} de partículas alfa de masa m que inciden con velocidad v_∞ sobre un blanco formado por N centros de fuerza (los átomos de oro).

El número I de partículas detectadas por unidad de tiempo en un diferencial $d\Omega$ de ángulo sólido no es adecuado para describir el proceso de colisión, ya que siendo proporcional al flujo de proyectiles y al número de átomos del blanco, depende de las características particulares del experimento.

$$I d\Omega \propto J N .$$

El factor de proporcionalidad debe ser un diferencial de igual orden, y lo llamaremos sección eficaz diferencial $d\sigma$,

$$I = \frac{d\sigma}{d\Omega} J N .$$

De esta ecuación vemos que la sección eficaz $d\sigma/d\Omega$ tiene unidades de área. Es claramente independiente de la intensidad del haz incidente, del número de partículas en el blanco o de la resolución del detector. Está definida exclusivamente por las características de la interacción entre cada proyectil y cada partícula del blanco y, eventualmente, es función de la masa m , de la velocidad v_∞ y del ángulo de desviación θ .

4 Definición clásica de la sección eficaz

Consideremos un proyectil que se acerca a un centro de fuerza con cierto apartamiento ρ respecto de la trayectoria de colisión frontal, para luego ser desviado en un cierto ángulo θ por la acción del potencial central actuante $V(r)$. Supondremos que la relación entre el ángulo θ y el parámetro de impacto ρ es “uno a uno”, es decir que a cada valor de θ le corresponde un único valor de ρ . En este caso sólo aquellas partículas con parámetros de impacto entre ρ y $\rho + d\rho$ serán dispersadas en el cono de ángulo sólido entre $\theta - d\theta$ y θ .

Por lo tanto $I d\Omega = J dA$ o, si consideramos N centros dispersores, $I d\Omega = N J dA$. O sea

$$I 2\pi \sin(\theta) d\theta = N J 2\pi \rho d\rho$$

y, por la definición de sección eficaz diferencial, tenemos finalmente

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\rho}{|\sin\theta|} \left| \frac{d\rho}{d\theta} \right| . \quad (1)$$

Vemos que el cálculo de la sección eficaz diferencial se ha reducido a considerar el problema de la dispersión de una partícula por un centro de fuerza, relacionando el parámetro de impacto ρ con el ángulo de desviación θ .



5 Dispersión de Rutherford

Las primeras observaciones de Geiger y Marsden⁴ mostraron, por ejemplo, que una fracción muy pequeña de las partículas alfa, aproximadamente 1 en 20000, se desviaba en un ángulo de 90° al chocar contra una lámina de oro de 0.00004 cm de ancho, esto es con un poder de frenamiento equivalente a 1.6 mm de aire. Rutherford rumió estos resultados por varias semanas. Primeramente probó con el modelo de Thomson, advirtiendo que no podía predecir este resultado. Simplemente, tales desviaciones grandes no podían deberse a una acumulación al azar de muchas colisiones con átomos de Thomson. En vista de esto se vio obligado a dejar de lado el modelo de Thomson y pensar en alguna otra distribución de carga dentro del átomo. Esta distribución de carga debía ser tal que la fuerza generada permitiera que las partículas alfa siguieran de largo con una muy pequeña desviación angular, pero que –al mismo tiempo– si la colisión fuese casi frontal, se desviase en un ángulo grande. Rutherford realizaba tales especulaciones en la quietud de su propia casa, y de allí salió con la idea de un átomo con una estructura parecida a la de un sistema solar en miniatura. Supuso entonces una partícula puntual muy masiva y de carga positiva en el centro, rodeada por una distribución uniforme de carga negativa hasta una distancia del orden del radio atómico $a \approx 10^{-8} \text{ cm}$. En su publicación⁵ escribe entonces que

“es obvio que la partícula alfa antes de ser deflectada hacia atrás penetrará tan cerca de la carga central, que el campo debido a la distribución uniforme de carga de electricidad negativa puede ser despreciada. En general, un cálculo simple muestra que para todas las desviaciones mayores que un grado, podemos suponer que la desviación es debida al campo de una carga central”.

Lo que nos queda entonces es la desviación de una partícula por un potencial coulombiano $V(r) = Z/r$. En este caso las trayectorias son hipérbolas y la cuenta se puede hacer muy fácilmente a partir de consideraciones geométricas. En este punto debemos aclarar que éste no es el método de cálculo utilizado comúnmente en los libros de texto. Sin embargo es el que

empleó Rutherford en su trabajo y es el que seguiremos a continuación. Más adelante repetiremos este cálculo por el método usual.

Como decíamos, bajo la acción de un potencial del tipo Z/r el proyectil sigue una trayectoria hiperbólica. Escribimos la ecuación de una hipérbola en coordenadas polares r y ϑ con origen en el centro de fuerza de la siguiente manera

$$\frac{r_o}{r} = \frac{\cos(\vartheta) - \cos(\vartheta_o)}{1 - \cos(\vartheta_o)},$$

donde el ángulo polar ϑ está medido respecto de una línea por el punto de la curva más cercano al origen. ϑ_o es el ángulo entre este punto (ubicado a una distancia r_o del origen) y el punto en el infinito. Este ángulo es menor o mayor que $\pi/2$ según que el potencial sea repulsivo o atractivo, respectivamente.

Para ϑ próximo a ϑ_o tenemos que $r = \rho / \sin(\vartheta_o - \vartheta)$, con ρ el parámetro de impacto definido en la sección anterior. Reemplazando en la ecuación anterior, y tomando el límite $\vartheta \rightarrow \vartheta_o$ obtenemos

$$\frac{r_o}{\rho} = \frac{\sin(\vartheta_o)}{1 - \cos(\vartheta_o)}. \quad (2)$$

Por otro lado, sabemos que el impulso angular $\ell = \rho m v_\infty$ y la energía $E = m v_\infty^2 / 2$ se conservan durante la colisión. O sea

$$\begin{aligned} \rho m v_\infty &= r_o m v_o \\ \frac{1}{2} m v_\infty^2 &= \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{Z}{r_o}. \end{aligned}$$

De las tres últimas ecuaciones podemos despejar la siguiente relación entre el parámetro de impacto ρ y el ángulo ϑ_o

$$\rho = \frac{Z}{m v_\infty^2} \text{tg}(\vartheta_o).$$

Es fácil ver que el ángulo ϑ_o está relacionado con el ángulo de desviación θ por $\theta = |\pi - 2\vartheta_o|$. Obtenemos finalmente

$$\rho = \frac{Z}{m v_\infty^2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$



Reemplazando en la ecuación 1 para la sección eficaz obtenemos la fórmula que Rutherford dedujo en 1911

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z}{2m v_{\infty}^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}.$$

Debe notarse que la fórmula de Rutherford es independiente del signo de la carga Z , con lo cual el resultado es igualmente válido, ya sea para campos coulombianos repulsivos o atractivos. Este sorprendente resultado tiene la siguiente explicación. Vemos en la ecuación 3 que el ángulo θ es negativo cuando $Z < 0$. Sin embargo, como el problema de colisión tiene simetría cilíndrica, podemos cambiar el signo de θ haciéndolo positivo. Pero justamente para el potencial coulombiano este “ángulo positivo” es el ángulo de desviación correspondiente a $Z > 0$, y por ello ambas secciones eficaces son iguales.

En general vamos a restringir el ángulo θ al rango entre 0 y π por medio de operaciones de cambio de signo y resta de múltiplos enteros de 2π . A este ángulo lo llamaremos “ángulo de dispersión”.

Dos años después Geiger y Marsden publicaron un trabajo⁶ donde demostraban que la dependencia angular de la intensidad de partículas reflejadas era, en efecto, la predicha por Rutherford. También interpusieron diferente número de láminas de mica entre la fuente y el blanco para poder variar la velocidad de las partículas alfa, demostrando así que la dependencia con la velocidad era también la predicha por Rutherford. El modelo atómico de Rutherford, y con él el descubrimiento del núcleo, quedaba así firmemente establecido. Como anotación al margen permítanme mencionar que estos descubrimientos tuvieron una influencia directa en el desarrollo del primer modelo cuántico del átomo por Niels Bohr durante su estadía en Manchester en 1912. Pero esta es una historia aparte.

Finalmente debemos acotar que el asombroso empuje que traía el grupo de Manchester sufrió un duro impacto en 1914 con el comienzo de la guerra. Varios investigadores jóvenes, Marsden entre ellos, fueron enviados al frente de Francia, mientras que Moseley, tal vez el físico experimental más brillante de su generación, moría en el desembarco de Gallipoli.

Preguntas y ejercicios

3. Demostrar la relación entre r_o , ρ y ϑ_o dada por la ecuación 2 y verificar que el haberla obtenido a partir de un paso al límite no afecta su exactitud.
4. La sección eficaz de Rutherford puede escribirse como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{b}{4} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}.$$

donde hemos definido la longitud característica $b = 2Z/mv_{\infty}^2$. Asigne un sentido físico a esta cantidad.

5. Cuánticamente se puede demostrar que la sección eficaz diferencial para el potencial coulombiano es proporcional al cuadrado de la carga. Utilice este resultado y conceptos de “análisis dimensional” para demostrar que la sección eficaz obtenida por Rutherford en base a argumentos clásicos también es válida en el caso cuántico.

Notas

¹ *Philosophical Magazine* VI (4), 370 y 569 (1902).

²extraído de E. Marsden: *Rutherford at Manchester*, Conferencia dictada en la “Rutherford Jubilee International Conference” (Cambridge, September 1961)

³Extracto de una conferencia dictada por Rutherford en Cambridge en 1937

⁴H. Geiger and E. Marsden: *On a Diffuse Reflection of the α -Particles*, *Proceedings of the Royal Society, A* **82**, 495-500 (1909).



⁵E. Rutherford: *The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom*, Philosophical Magazine, Series VI, **21**, 669-688 (1911).

⁶H. Geiger and E. Marsden: *The Laws of Deflexion of α Particles through Large Angles*, Philosophical Magazine, Series VI, **25**, 604-623 (1913)

