Capítulo 2

Las leyes de Newton

2.1 Primera Ley de Newton o Ley de Inercia

Ernst Mach expone la epistemología de la mecánica newtoniana a una crítica severa, y propone una formulación alternativa que busca la economía intelectual señalada anteriormente. Comencemos analizando con mucho cuidado la Primera Ley de Newton o Ley de Inercia

> Toda partícula libre (de toda interacción) persevera en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme

Así enunciada esta ley parece ser un corolario de la segunda ley de Newton, aplicada a una sola partícula libre de toda interacción. En dicho caso, la aceleración es nula y -por lo tanto- la velocidad es constante. En este punto parece difícil evitar la caída en un círculo vicioso. Sin embargo, es evidente que esta ley depende del sistema de referencia considerado. Todo sistema para el cual se verifica recibe el nombre de *sistema inercial*. O sea que más que una ley es una definición:

> Llamaremos "inercial" a todo sistema de referencia donde toda partícula libre (de toda interacción) persevera en su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme

La posición de una partícula a respecto de un sistema de referencia 2 que se mueve con velocidad $\mathbf{v}_{21}$ respecto de un sistema inercial 1 es tal que $\mathbf{r}_{a1} = \mathbf{r}_{a2} + \mathbf{r}_{21}$. Derivando respecto al tiempo, obtenemos una relación similar para la velocidad, $\mathbf{v}_{a1} = \mathbf{v}_{a2} + \mathbf{v}_{21}$. Ahora, si la velocidad de la partícula a es constante en el sistema de referencia 1, también lo es con referencia al sistema de referencia 2 siempre que este se mueva con velocidad constante respecto de aquel. Vemos entonces que -en dicho caso- el sistema de referencia 2 es también un sistema inercial. Concluimos que todo sistema de referencia que se mueva con velocidad constante respecto de un sistema inercial, es también un sistema inercial.

2.2 Definición de la masa inercial

Uno de los puntos fundamentales de las críticas de Mach se basa en una definición operativa del concepto de masa. Destaca que la definición dada por Newton

> La cantidad de materia se mide por la reunión de su densidad y su volumen.

"es una definición aparente. El concepto de masa no se hace más claro porque se defina la masa como el producto del volumen por la densidad, o porque se defina la densidad como la masa por unidad de volumen". El círculo vicioso es evidente. "Newton presintió claramente que todo cuerpo lleva consigo una característica determinante del movimiento que es diferente del peso [...] más no logró expresar correctamente este conocimiento".

Mach propuso -en cambio- una definición esencialmente dinámica de la masa inercial[1]

Consideremos la colisión dos partículas 0 y 1, aisladas de toda influencia externa. Observadas desde un sistema inercial, ambas partículas se mueven con velocidades constantes, excepto durante un dado lapso donde actúa una interacción mutua de cualquier naturaleza. Una vez terminada la interacción, ambas partículas han alterado sus velocidades. Sean $\Delta\mathbf{v}_0$ y $\Delta\mathbf{v}_1$, las correspondientes variaciones de la velocidad. Experimentalmente se verifica que estas dos cantidades vectoriales son proporcionales y de sentido opuesto

$$\Delta\mathbf{v}_0 = -m_{10}\Delta\mathbf{v}_1$$

La constante de proporcionalidad es positiva y totalmente independiente del mecanismo de interacción. Sólo depende de las partículas que efectuaron la colisión. La llamaremos *masa inercial* del cuerpo 1 en unidades del cuerpo 0.

Si cambiamos la partícula 1 por otra 2, la misma operación de colisión nos permite definir la masa inercial m_{20} del cuerpo 2 respecto del cuerpo 0. Si ahora hacemos chocar la partículas 2 y 1, podríamos definir la masa inercial m_{21} de 2 en unidades de 1 a partir de la relación

$$\Delta\mathbf{v}_1 = -m_{21}\Delta\mathbf{v}_2$$

En dicho caso se verifica "experimentalmente" que

$$m_{21} = \frac{m_{20}}{m_{10}}$$

[1]La discusión que sigue se mantiene en la misma línea de razonamiento empleada por Mach, aunque es básicamente distinta que la propuesta original basada en aceleraciones y no en velocidades.

Esto nos impulsa a usar la partícula 0 como unidad patrón de masa inercial, y anotar -simplemente- $m_1 = m_{10}$ y $m_2 = m20$. La relación anterior puede escribirse, entonces, como

$$m_1 \Delta \mathbf{v}_1 = -m_2 \Delta \mathbf{v}_2$$

Por último, si repetimos este experimento haciendo chocar nuestra masa patrón 0, primero con una partícula a, después con otra partícula b y -por último- con ambas partículas a y b rígidamente unidas, se observa experimentalmente que en el rango de velocidades y masas a escala humana

$$m_{a+b} = m_a + m_b$$

Estas *operaciones* permiten definir la masa inercial como una magnitud extensiva, definida con respecto a una masa "patrón" correspondiente a la partícula 0, que representa la mayor o menor resistencia de un cuerpo para variar su velocidad en una colisión. Es importante notar que esto lo hemos logrado sin la previa introducción de la fuerza como un concepto primitivo.

La unidad de masa del sistema SI es el kilogramo. Es igual a la masa del prototípo internacional que se guarda, junto con otras seis copias oficiales, en el Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) en París. En la actualidad, el kilogramo es la única unidad básica del sistema internacional SI que está definida por medio de un artefacto material.

2.3 Conservación de la cantidad de movimiento

El resultado anterior nos lleva a definir el *impulso* ó *cantidad de movimiento* de una partícula como el producto de su masa y su velocidad

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

con lo cual, podemos escribir las expresiones anteriores en la siguiente forma

$$(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)_{\text{antes de la colisión}} = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)_{\text{después de la colisión}}$$

O sea que para dos partículas en única y exclusiva interacción mutua, la cantidad de movimiento se conserva. Basados en la experiencia, podemos ver que esta ley mantiene su validez inclusive durante la colisión. Con esto estamos enunciando una ley de conservación que podemos generalizar para la cantidad de movimiento total $\mathbf{P} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{p}_i$ de un número arbitrario N de partículas en interacción mutua,

> Para un sistema de partículas en única y exclusiva interacción mutua,
> la cantidad de movimiento total se conserva.

Volveremos sobre esta ley de conservación en la próxima clase.

2.4 Segunda ley de Newton

Nos proponemos ahora introducir el concepto de "Fuerza", como ente representativo de lo que intuitivamente entendemos por "intensidad de una interacción". A priori parecería razonable calificar una interacción entre dos cuerpos por la aceleración producida. Pero esto no sirve pues la aceleración puede ser distinta para ambas partículas y no sabríamos cual tomar como ente representativo. Sin embargo, lo visto hasta ahora nos indica que esto no ocurre si utilizamos la variación de la cantidad de movimiento. Definimos entonces la fuerza

$$\mathbf{F} = \mathrm{d}\mathbf{p}/\mathrm{d}t$$

como una medida de la intensidad de una interacción. Esta definición nos conduce a enunciar la segunda ley de Newton para partículas de masa constante,

> Toda partícula sometida a la acción de una fuerza, recibe una aceleración proporcional a su intensidad y de la misma dirección y sentido

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$$

Tal como ocurría con la ley de inercia, esta ley es tautológica, a menos que la adoptemos como la definición misma de fuerza.

A primera vista esta ley agrega poco a los resultados de Galileo sobre la caída de los cuerpos, pero lo poco que agrega es crucial. Aquellos resultados decían como era el movimiento cuando la fuerza aplicada al objeto era la atracción de la Tierra. El poder de la segunda ley, en cambio, radica en la posibilidad de descubrir ecuaciones para los distintos tipos de fuerza que actúan en cada caso particular, y en base a ello predecir el movimiento del sistema. Por ejemplo, la fuerza de la resistencia del aire puede obtenerse con una fórmula que relaciona la forma, el tamaño y la velocidad del objeto. La fuerza ejercida por un resorte depende de su deformación. A partir de la formulación de la segunda ley y hasta nuestros días, el estudio del movimiento se reduce a buscar fórmulas de este tipo. Este será el tema del tercer capítulo de estas notas. Una vez que se conoce la fuerza, cada detalle del movimiento puede predecirse por medio de la segunda ley.

En los *Principia*, sin embargo, una fuerza recibió más atención que cualquier otra. Esta fue la fuerza de atracción entre los cuerpos, la famosa "Ley de la Gravitación Universal". Con ella Newton logró explicar el movimiento de la Luna y los Planetas. Este fue el gran triunfo de la Mecánica Newtoniana, y a ello dedicaremos una próxima clase.

2.5 Tercera Ley de Newton o Ley de Acción y Reacción

El principio de conservación de la cantidad de movimiento nos indica que para dos partículas aisladas en interacción mutua $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 =$ constante. Derivando respecto del tiempo, obtenemos que $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, o -en palabras del mismo Newton-

> A cada acción se le opone siempre una reacción igual. Las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones contrarias.

En los *Principia* este concepto se aclara en los siguientes términos:

> Si Ud. presiona una piedra con un dedo, el dedo tambíen es presionado por la piedra. Si un caballo jala de una cuerda atada a una piedra, el caballo será igualmente jalado hacia la piedra...

Esta era una idea completamente original. Todos los otros conceptos que se encuentran en los *Principia* tienen alguna historia previa de desarrollo y discusión. Pero los historiadores no han podido encontrar precedentes para esta ley en los escritos de investigadores previos. Ni siquiera existe indicación explícita de ella en ningúno de los propios escritos de Newton anteriores a la publicación de los *Principia* en 1687. Aparentemente se trató de un verdadero chispazo de genialidad.

Esta ley es engañosamente simple en su enunciado y excesivamente poderosa en su aplicación. En las clases prácticas de todo curso introductorio de física se advierte que representa una de las ideas más difíciles de asimilar por parte de los estudiantes[2].

2.6 Ley de superposición de fuerzas

Consideremos tres partículas aisladas en interacción mutua. Se comprueba que la fuerza $\mathbf{F}_1$ que actúa -por ejemplo- sobre la partícula 1 puede descomponerse vectorialmente en dos componentes $\mathbf{F}_{12}$ y $\mathbf{F}_{13}$ que caracterizan a las dos interacciónes con las otras dos partículas del sistema. Por la tercera ley de Newton la acción $\mathbf{F}_{ij}$ de una partícula sobre otra se equilibra por la correspondiente reacción $\mathbf{F}_{ji}$, es decir $\mathbf{F}_{ij} = -\mathbf{F}_{ji}$. Es importante aclarar que no estamos suponiendo que la interacción de dos cualesquiera de ellas no se altera por la presencia de la tercera, ya que -de hecho- ello puede ocurrir. Lo único que estamos diciendo es que las

[2] Lev Tarasov and Aldina Tarasova, *Questions and Problems in School Physics* (Mir Publishers, Moscow, 1973). El capítulo 2 de este excelente libro da una descripción muy clara de estas dificultades.

fuerzas son aditivas. Si una dada partícula i está sujeta a varias interacciones $\mathbf{F}_{ij}$, el efecto es el mismo que si se le imprimiera una sola interacción

$$\mathbf{F}_i = \sum_j \mathbf{F}_{ij}$$

llamada *resultante*. Este es el principio de superposición de fuerzas.

2.7 Para saber más

- Robert W. Brehme: *On force and the inertial frame*, Am. J. Phys. **53** (10), 952-955 (1985). Este artículo discute una extensión relativista de los conceptos de masa, fuerza y sistema inercial.

- Mario Bunge: *Mach's Critique of Newtonian Mechanics*, Am. J. Phys. **34** (7), 585596 (1966), una traducción al castellano de este polémico artículo opuesto a las ideas de Mach y en defensa de Newton se puede encontrar en el libro de Mario Bunge: *Controversias en física* (Ed. Tecnos, Madrid, 1983). Cincuenta años después de la publicación del artículo de Mach, E. V. Huntington (Am. Math. Mon. **25**, 1 (1918)) realizó una estadística sobre 140 libros de física, encontrando que sólo diez de ellos daba una definición operacional de la masa. El resto definía la masa como el cociente de Fuerza y aceleración (¡Uno se pregunta como definían la fuerza!), como peso (lo cual, como veremos, es asombroso) ó (junto con Newton) como "cantidad de materia".

- Rudolf Carnap: *Fundamentación Lógica de la Física* (Ed. Orbis, Buenos Aires, 1985). Título original: *Philosophical foundation of physics* (1966).

- Edward A. Desloge: *The empirical foundation of classical dynamics*, Am. J. Phys. **57** (8), 704-706 (1989). Este es uno de los más recientes artículos en apoyo de las críticas de Mach.

- P. A. Goodinson and B. L. Luffman: *On the definition of mass in classical physics*, Am. J. Phys. **53** (1), 40-42 (1985). Propone un experimento alternativo para la definición operacional del concepto de masa.

- M. Jammer: *The concept of Mass* (Harvard University, Cambridge, 1961).

- Thomas S. Kuhn: *Conmesurabilidad, Comparabilidad y Comunicabilidad*, en "¿Qué son las revoluciones científicas? y otros ensayos" (Ediciones Paidós, I.C.E. de la Univ. Autónoma de Barcelona, s/a). Presenta una interesante discusión sobre las definiciones de los términos científicos, aplicable a los conceptos de masa y fuerza.

- Ernest Mach: *Desarrollo Histórico - Crítico de la Mecánica* (Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1949), traducción de José Babini. Título original *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historich-kristisch dargestellt* (1883). Este libro es un apasionante análisis crítico y controversial del desarrollo histórico de la Mecánica.

- Heinrich Hertz: *The Principles of Mechanics presented in a new form* (Dover Publ., New York, 1956). La presentación de un muy discutible valor pedagógico, aunque resulte interesante por motivos históricos.