Problemas. Introducción a la Mecánica Cuántica

Víctor Hugo Ponce

Septiembre 24, 2007

Problema 1 Para una partícula ubicada en un pozo cuadrado de paredes infinitas indique cuáles de los siguientes conmutadores son nulos:
a) $[x, p]$
b) $[H, p]$
c) $[H, x]$
En base a sus respuestas, diga cuáles de las magnitudes físicas x, p, H pueden estar perfectamente definidas (distribución de valores medida de ancho nulo) para los autoestados de la energía de dicho pozo.

Problema 2 La parte espacial de la función de onda de una partícula libre moviéndose en una dimensión es

$$\Phi(x) = A \cos kx$$

a) Determine cuáles son los valores que se obtienen al medir el impulso lineal de la partícula.
b) Determiné qué valores mediría para la energía.
c) Demuestre si sería posible que la partícula en cuestión tuviera bien definidos tanto la energía como el impulso lineal.

Problema 3
a)Hallar el autoestado fundamental para una partícula en el pozo siguiente:

$$V(x) = \infty$$

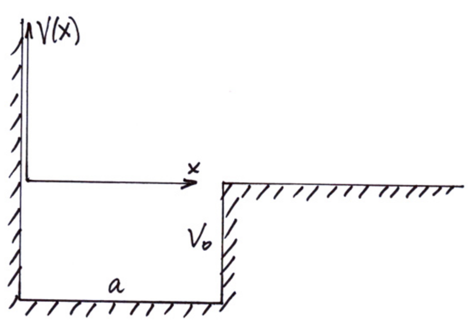
para $x < 0$;

$$V(x) = -V_0$$

para $0 \leq x \leq a$;

$$V(x) = 0$$

para $x > a$.



b) ¿Existe siempre un estado ligado?

Problema 4 Consideremos el siguiente potencial:

$$V(x) = \infty$$

para

$$x < 0$$

$$V(x) = 0$$

para

$$0 \leq x \leq a$$

$$V(x) = V_0$$

para

$$x > a$$

Para un valor dado del ancho a determine el mínimo valor de V_0 requerido para que exista un solo estado ligado.

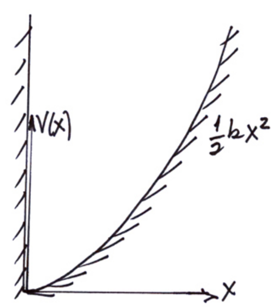
Problema 5 Una partícula se mueve en el potencial

$$V(x) = \infty$$

para $x < 0$;

$$V(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

para $x \geq 0$.



a) Escriba la ecuación de Schrödinger estacionaria para este problema.
b) Especifique las condiciones de contorno que debe satisfacer la solución en $x = 0$.
c) Escriba las dos primeras autofunciones de la energía (atienda a la correcta normalización de estas funciones de onda).

Fórmulas útiles

Autovalores y autofunciones para el oscilador armónico:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}Kx^2\right]\Phi_n(x) = E_n\Phi_n(x)$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

$$\Phi_0(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\alpha x^2/2}$$

$$\Phi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} \left(2\sqrt{\alpha}x\right) e^{-\alpha x^2/2}$$

$$\Phi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} \left(4\alpha x^2 - 2\right) e^{-\alpha x^2/2}$$

$$\Phi_3(x) = \frac{1}{\sqrt{48}} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} \left(8\alpha^{3/2}x^3 - 12\sqrt{\alpha}x\right) e^{-\alpha x^2/2}$$

donde

$$\alpha = \frac{\sqrt{mK}}{\hbar}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Problema 6 Verifique que se satisface el principio de incertidumbre de Heisenberg para una partícula ligada al estado fundamental del oscilador armónico.

Problema 7 Un flujo de partículas de masa m, velocidad v y densidad unitaria incide desde la derecha sobre el potencial del problema anterior:

$$V(x) = \infty$$

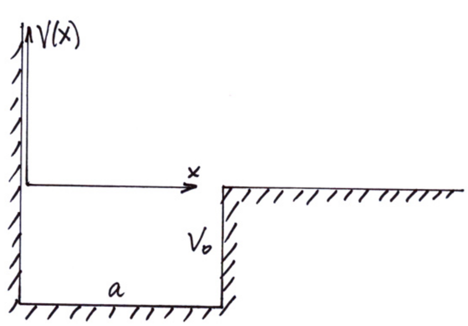
para $x < 0$;

$$V(x) = -V_0$$

para $0 \leq x \leq a$;

$$V(x) = 0$$

para $x > a$.



a) Halle el coeficiente de reflexión y determine el valor del flujo reflejado.

Problema 8 Un haz de partículas de densidad unitaria incide desde la izquierda sobre un escalón de potencial de la siguiente forma:

$$V(x) = 0$$

para

$$x < -a$$

$$V(x) = V_0$$

para

$$-a \leq x \leq 0$$

$$V(x) = \infty$$

para

$$x > 0$$

a) Antes de resolver el problema diga cuál es el valor que debe tener el coeficiente de reflexión.

b) Determine la función de onda que describe a las partículas y verifique que su respuesta anterior es correcta.